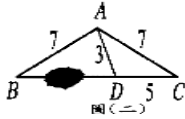
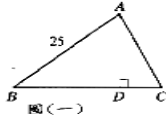


台北市立松山高中 105 學年度第一學期第一次期中考高二自然組數學科試題卷

一、填充題：60%

- 設 θ 為銳角，若 $\tan\theta = \frac{3}{2}$ ，試求 $\frac{2\sin\theta - 5\cos\theta}{4\sin\theta + 3\cos\theta}$ 的值。
- 試求 $\sin\frac{5}{6}\pi + \cos\left(-\frac{8}{3}\pi\right)$ 的值。
- 試求 $\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \dots + \sin^2 88^\circ + \sin^2 89^\circ$ 的值。
- 試求 $\sin 25^\circ \cos 110^\circ - \sin 290^\circ \sin 65^\circ$ 的值。
- 若 $\sin x = 3 \cos x$ ，試求 $\cos 2x$ 的值。
- 圓內接四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 4$ ， $\angle ACB = 30^\circ$ ， $\angle CAD = 60^\circ$ ，試求 \overline{CD} 的長度。
- 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{BC} = \sqrt{3}$ ， $\overline{AC} = \sqrt{7}$ ， $\overline{AB} = 4$ ，試求 $\triangle ABC$ 的面積。
- 下圖(一) $\triangle ABC$ 中， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ；已知 $\overline{AB} = 25$ ， $\sin B = \frac{3}{5}$ ， $\sin C = \frac{15}{17}$ ，求 \overline{BC} 的長度。



- 如上圖(二)小明在作幾何圖形時，不小心沾到油漬，除 \overline{BD} 的長度無法得知外，其它的長度為 $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{AC} = 7$ ， $\overline{AD} = 3$ ， $\overline{CD} = 5$ ，如上圖(二)所示，試求 \overline{BD} 的長度。
- 在極坐標平面上，有極點 O 及兩點 $A[4, 30^\circ]$ ， $B[6, 150^\circ]$ ，試求 \overline{AB} 的長度。

二、多重選擇題：24%

- 已知 $P(2, -1)$ 為標準位置角 θ 終邊上的一點，試問下列選項中何者正確？

(A) $\sin\theta = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ (B) $\cos\theta = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ (C) $\tan\theta = -\frac{1}{2}$
 (D) $\sin\theta = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ (E) $\cos\theta = -\frac{\sqrt{5}}{5}$

- 設 $\sin\theta = \frac{1}{3}$ ，且 $\frac{1}{2}\pi < \theta < \pi$ ，試問下列選項中何者正確？

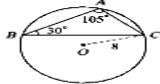
(A) $\cos\theta = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (B) $\tan\theta = -\frac{\sqrt{2}}{4}$ (C) $\sin\left(\frac{1}{2}\pi + \theta\right) = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$
 (D) $\cos(\pi - \theta) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ (E) $\sin\left(\frac{3}{2}\pi + \theta\right) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$
- $\triangle ABC$ 中， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{AC} = 3$ ， $\cos C = -\frac{1}{2}$ ，問下列何者正確？

(A) $\triangle ABC$ 的外接圓半徑 $= \frac{14\sqrt{3}}{3}$ (B) $\triangle ABC$ 的內切圓半徑 $= \frac{\sqrt{3}}{2}$
 (C) $\sin^2 A + \sin^2 B > \sin^2 C$ (D) \overline{BC} 邊上的高為 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
 (E) 若 M 為 \overline{BC} 的中點，則 $\overline{AM} = \frac{\sqrt{91}}{2}$
- 設 $180^\circ < \theta < 270^\circ$ ，且 $\sin\theta = \frac{-3}{5}$ ，請選出下列正確的選項：

(A) $\cos\theta = \frac{4}{5}$ (B) $\sin\frac{\theta}{2} = \frac{3}{\sqrt{10}}$ (C) $\tan\frac{\theta}{2} = \frac{-1}{3}$
 (D) $\cos 2\theta = \frac{7}{25}$ (E) $\cos 3\theta = \frac{-117}{125}$

三、計算證明題：16%

- 如下圖， O 是 $\triangle ABC$ 外接圓的圓心且 $\overline{OC} = 8$ ，試求 $\triangle ABC$ 的面積。(8分)



- 在 $\triangle ABC$ 中，若三個高之長為 6, 4, 3，求 $\triangle ABC$ 的面積。(8分)

台北市立松山高中 105 學年度第一學期第一次期中考高二自然組數學科 答案卷

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____

一、填充題：60%

| | | | | |
|----------------|------------|----------------|----------------------|----------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $-\frac{2}{9}$ | 0 | $\frac{89}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $-\frac{4}{5}$ |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| $4\sqrt{3}$ | $\sqrt{3}$ | 28 | 8 | $2\sqrt{19}$ |

二、多重選擇題：24%

(每題 6 分，只錯一個選項得 4 分，錯二個選項得 2 分，若是錯三個以上選項或未答者不給分)

| | | | | |
|----------|----------------|---------|------|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 得分 |
| A. B. C. | A. B. C. D. E. | B. D. E | B. D | |

三、計算證明題：16%

(1). (共 8 分)

$\angle C = 180^\circ - 105^\circ - 30^\circ = 45^\circ$

由正弦定理： $\frac{AB}{\sin 45^\circ} = \frac{BC}{\sin 105^\circ} = \frac{AC}{\sin 30^\circ} = 2R = 16$ (得 2 分)

$\therefore AB = 16 \cdot \sin 45^\circ = 16 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 8\sqrt{2}$, $AC = 8$ (BC , AC , AB 其中兩個各得 2 分)

$BC = 16 \cdot \sin 105^\circ = 16 \cdot \sin 75^\circ = 16 \cdot \left(\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}\right) = 4(\sqrt{6} + \sqrt{2})$

$\triangle ABC$ 面積 = $\frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin B = \frac{1}{2} \cdot 8\sqrt{2} \cdot 4(\sqrt{6} + \sqrt{2}) \cdot \frac{1}{2} = 16 + 16\sqrt{3}$ (得 2 分)

(2). (共 8 分) $\frac{16\sqrt{15}}{5}$