

# 臺北市立松山高中 109 學年度第一學期 高一 數學 第一次期中考 試題卷

## 一、單選題：(每題 5 分，總共 20 分)

- ( ) 1. 已知  $a = \frac{2\sqrt{5}+3\sqrt{7}}{5}$ ， $b = \frac{3\sqrt{5}+4\sqrt{7}}{7}$ ， $c = \frac{4\sqrt{5}+5\sqrt{7}}{9}$ ，則  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的大小關係為何？  
(A)  $a > b > c$  (B)  $c > a > b$  (C)  $c > b > a$  (D)  $b > c > a$  (E)  $a > c > b$
- ( ) 2. 設  $\log a = 1.02$ ，則  $0.01^{0.01}$  的值為下列何者？  
(A)  $2a$  (B)  $\frac{1}{a}$  (C)  $10a$  (D)  $\frac{10}{a}$  (E)  $\frac{a}{10}$
- ( ) 3. 已知  $\log 2 \approx 0.3010$ ，若正實數  $x$ ， $y$  滿足  $\log x = 2.8$ ， $\log y = 5.6$ ，則  $\log(x^2 + y)$  最接近下列哪一個選項的值？  
(A) 2.8 (B) 5.6 (C) 5.9 (D) 8.4 (E) 11.2
- ( ) 4. 已知  $7^{100}$  與  $11^{100}$  各為 85 與 105 位數，則  $77^{25}$  為幾位數？  
(A) 45 (B) 46 (C) 47 (D) 48

## 二、多選題：(每題 6 分，錯一個選項得 4 分，錯二個選項得 2 分，錯三個選項以上得 0 分，總共 12 分)

- ( ) 1.  $a$ ， $b$ ， $c$ ， $d$  均為有理數，且  $abcd \neq 0$ ， $x$ ， $y$  均為無理數，則下列敘述何者正確？  
(A)  $a+bx$  為無理數 (B)  $xy$  為無理數 (C) 若  $a+b\sqrt{3}=c+d\sqrt{3}$ ，則  $a=c$ ， $b=d$   
(D)  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b}$  為無理數 (E) 若  $a+x=b+y$ ，則  $a=b$ ， $x=y$
- ( ) 2. 設  $x$ ， $y$  為實數，若  $\left|x + \frac{1}{2}\right| < \frac{3}{2}$ ， $|y-1| < 1$ ，則下列何者正確？  
(A)  $-2 < x+y < 3$  (B)  $-1 < y-x < 4$  (C)  $0 < xy < 2$  (D)  $-4 < 2x-y < 0$   
(E)  $1 < x^2+y^2 < 8$

## 三、填充題：(每題 5 分，全對才給分，總共 50 分)

1. 試以最簡分數表示  $1.5\overline{4} + 0.4\overline{6} =$  【            】。
2.  $a > 0$ ，若  $\sqrt{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[4]{a^3}}} \times \sqrt[4]{a^9} = a^x$ ，則  $x =$  【            】。
3. 若  $\sqrt{2+\sqrt{3}} - \sqrt{2-\sqrt{3}} = a+b$ ， $a$  為正整數， $0 \leq b < 1$ ，求  $a - \frac{1}{b}$  的值 = 【            】。
4. 設  $a = \sqrt[3]{\sqrt{8}}$ ， $b = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{3}{2}}$ ， $c = \sqrt[4]{2\sqrt{64}}$ ，則  $\frac{a^2 c^3}{b} =$  【            】。
5. 設  $x$ 、 $y$  為實數且  $4^x = 5^y = 10$ ，則  $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} =$  【            】。

6. 若  $0 < x < 1$ ，且  $x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} = 3$ ，則  $x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}} =$  【           】。

7. 已知  $A, B, P$  為數線上三相異點，且坐標分別為  $3, 6, x$ ，若  $\overline{AP} : \overline{BP} = 1 : \sqrt{2}$ ，則  $P$  點的坐標  $x$  為【           】。

8.  $x$  為實數，若  $|x-1| + 2|x+2| + 3x = 6$ ，則  $x =$  【           】。

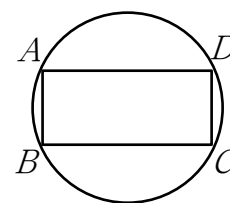
9. 設  $a, b$  為實數，若  $|ax+2| \leq b$  的解為  $-2 \leq x \leq 4$ ，則  $a+b =$  【           】。

10. 設  $a$  為 1 至 9 的正整數，且  $\frac{2}{9} < 0.2\overline{a1} < \frac{23}{99}$ ，則  $a =$  【           】。

**四、計算與證明題：(務必在答案格內寫出詳細過程，否則不予計分，總共 18 分)**

1. 已知  $a$  為有理數， $b$  為無理數，試證明： $a+b$  為無理數。(5 分)

2. 在半徑 6 公尺的圓中開闢一個內接矩形  $ABCD$  的苗圃。試問此苗圃的最大面積為多少？(5 分)



3. 美國地震學家芮希特 (Richter) 根據地震紀錄儀所記錄地震波振幅的大小推估得地震的動能，這就是地震上所稱的芮氏地震規模 (M)。地震規模 (M) 與能量 (E, 焦耳) 的關係為：

$\log E = 5.24 + 1.44M$ ，其中 E：能量(單位：焦耳)，M：地震規模。

(1) 921 大地震，又稱集集大地震，發生於 1999 年 9 月 21 日上午 1 時 47 分 15.9 秒，地震震央位在南投縣集集鎮 (北緯 23.8 度、東經 120.78 度)，即日月潭西偏南 9.2 公里，地震規模為 7.3，試問 921 大地震所釋放出的能量 E (單位：焦耳) 為 10 的幾次方？(4 分)

(2) 921 大地震所釋出的能量約為 1998 年嘉義瑞里地震的 40 倍，試問嘉義瑞里地震的地震規模為多少？(四捨五入至小數點以下第一位， $\log 2 \approx 0.3010$ ) (4 分)

臺北市立松山高中 109 學年度第一學期 高一 數學 第一次期中考答案卷

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

一、單選題：(每題 5 分，總共 20 分)

1	2	3	4
A	D	C	D

二、多選題：(每題 6 分，錯一個選項得 4 分，錯二個選項得 2 分，錯三個選項以上得 0 分，總共 12 分)

1	2
AC	AB

三、填充題：(每題 5 分，全對才給分，總共 50 分)

1	2	3	4	5
$\frac{332}{165}$	1	$-\sqrt{2}$	2	2
6	7	8	9	10
$-\sqrt{5}$	$3\sqrt{2}$ 或 $-3\sqrt{2}$	$\frac{1}{4}$	4	3

四、計算與證明題：(務必在答案格內寫出詳細過程，否則不予計分，總共 18 分)

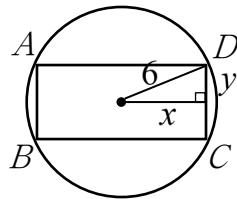
1. (5 分)

證：

假設  $a+b$  為有理數，令  $a+b=k$ ， $k \in Q$   
 $\Rightarrow b=k-a \in Q$  ( $\because$  有理數 - 有理數 = 有理數(封閉性))  
 與已知  $b$  為無理數產生矛盾  
 故  $a+b$  為無理數

2. (5 分)

令矩形  $ABCD$  苗圃長為  $2x$  公尺，  
 寬為  $2y$  公尺 ( $x > 0$  且  $y > 0$ )  
 矩形苗圃面積為  $4xy$



由圖可知  $x^2 + y^2 = 6^2$

利用算幾不等式

$$\Rightarrow \frac{x^2 + y^2}{2} \geq \sqrt{x^2 y^2}$$

$$\Rightarrow \frac{6^2}{2} \geq xy$$

$$\Rightarrow 4xy \leq 4 \cdot \frac{6^2}{2} = 72 \quad \therefore \text{苗圃最大面積為 } 72 \text{ 平方公尺}$$

答: 72 平方公尺

3.(1) (4 分)

$$\begin{aligned} M_{921} &= 7.3 \\ \Rightarrow \log E_{921} &= 5.24 + 1.44 \times 7.3 \\ \Rightarrow \log E_{921} &= 5.24 + 10.512 = 15.752 \\ \Rightarrow E_{921} &= 10^{15.752} \end{aligned}$$

3.(1)答：15.752

3.(2) (4 分)

$$\begin{aligned} \log 2 &\approx 0.3010 \Rightarrow 2 \approx 10^{0.3010} \Rightarrow 4 = 2^2 \approx 10^{0.6020} \\ \therefore \frac{E_{921}}{E_{瑞里}} &= 40 \quad \therefore E_{瑞里} = \frac{E_{921}}{40} \approx \frac{10^{15.752}}{10^{0.6020} \times 10^1} = 10^{14.150} \end{aligned}$$

$$\text{故 } \log E_{瑞里} = 5.24 + 1.44 M_{瑞里} = 14.150$$

$$\Rightarrow M_{瑞里} = \frac{14.150 - 5.24}{1.44} = \frac{8.910}{1.44} \approx 6.18 \approx 6.2$$

3.(2)答：6.2