

臺北市立松山高級中學 110 學年度第 2 學期期末考高三社一班群數學試卷

一、單選題：(每題 4 分，共 12 分)

1. 設隨機變數 X 可能的值為 1、2、3、4，且其機率質量函數

$$P(X = k) = \begin{cases} a, & k = 1 \\ \frac{1}{k^2}, & k = 2, 3, 4 \end{cases}, \text{ 試選出 } a \text{ 的值。}$$

- (1) $\frac{7}{16}$ (2) $\frac{9}{16}$ (3) $\frac{1}{25}$ (4) $\frac{61}{144}$ (5) $\frac{83}{144}$

2. 設隨機變數 X 的機率分布表如下，其中 a, b 為實數，且期望值 $E(X) = 3$ ，試選出數對 (a, b) 。

X	1	2	3	4	5
P	a	b	0.4	b	0.2

- (1) (0.1, 0.2) (2) (0.2, 0.1) (3) (0.4, 0.4) (4) (0.4, 0.6) (5) (0.6, 0.4)

3. 已知某工廠生產的產品中，不良品的機率為 0.2。今隨機抽樣 23 件產品，隨機變數 X 為不良品的件數，若 $P(X = k)$ 表示不良品為 k 件的機率，試問下列哪一個機率最大？

- (1) $P(X = 4)$ (2) $P(X = 4.6)$ (3) $P(X = 5)$ (4) $P(X = 6)$ (5) $P(X = 7)$

二、多選題：(每題 6 分，共 18 分。錯一個選項得 4 分，錯二個得 2 分，錯三個以上或未作答不給分)

1. 一袋中有 3 顆紅色球、7 顆白色球，設隨機變數 X 為一次取 1 球，取後放回，連取 3 球，紅色球球數；隨機變數 Y 為一次取 1 球，取後不放回，連取 3 球，紅色球球數。試選出正確的選項。

- (1) $P(X = 1) = C_1^{10} (0.3)^1 (0.7)^9$ (2) $P(X = 1) = P(X = 2)$
 (3) $P(Y = 1) + P(Y = 2) + P(Y = 3) = 1$ (4) $E(X) = \frac{9}{10}$ (5) $E(X) = E(Y)$

2. 某高中英文單字比賽，試卷題目有 50 題，每道題目都是 4 選 1 的單選題，答對 1 題得 2 分，答錯不倒扣。今某生每題都從 4 個選項中隨機選 1 個答案作答，設隨機變數 X 為該生答對的題數，隨機變數 Y 為該生的試卷分數。試選出正確的選項。

- (1) $P(X = 24) > P(X = 25)$ (2) $P(X = 2) = P(Y = 1)$ (3) $E(X) = 10$
 (4) $E(Y) = 2E(X)$ (5) $Var(Y) = 2Var(X)$

3. 一池塘有鯉魚數隻，池塘主人說池塘裡雄鯉魚數量占 4 成。今某人從池塘中捕撈 10 隻鯉魚，設隨機變數 X 為雄鯉魚的數量 (雄鯉魚數量占池塘總魚量 4 成)，其機率分布表如下。若在顯著水準 $\alpha = 0.05$ 下，試選出正確的選項。

X	0	1	2	3	4	5
P	0.006047	0.040311	0.120932	0.214991	0.250823	0.200658
X	6	7	8	9	10	
P	0.111477	0.042467	0.010617	0.001573	0.000105	

(四捨五入至小數點後第 6 位)

- (1) $X \sim B(10, 0.4)$ (2) $P(X = 1) = C_1^{10} (0.4)^1 (0.6)^9$ (3) 拒絕域為 $X \leq 1$
 (4) 若捕撈 10 隻鯉魚中，有 1 隻雄鯉魚，則接受主人宣稱雄鯉魚數量占 4 成
 (5) 若捕撈 10 隻鯉魚中，有 7 隻雄鯉魚，則接受主人宣稱雄鯉魚數量占 4 成

三、填充題：(每格 6 分，共 60 分)

1. 連續投擲一枚骰子 4 次，設隨機變數 X 為骰子點數小於 3 點的次數，則機率質量函數 $P(X = 1) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(以最簡分數表示)

2. 一袋中有編號 1 號球 1 顆、2 號球 2 顆、3 號球 4 顆、4 號球 2 顆、5 號球 1 顆，每顆球被抽出的機會相等。今隨機從袋中抽出 1 球，設隨機變數 X 為抽出的號碼，則：

- (1) 期望值 $E(X) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 (2) 標準差 $\sqrt{Var(X)} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(背面尚有試題)

3. 一箱中有 2 顆白球、2 顆黑球，每顆球被取到的機會相等。今從箱中每次取出 1 顆球，取後不放回，直到取到黑球時遊戲結束。如果在第 k 次取到黑球，則得獎金 k^2 元。試問此遊戲獲得獎金的期望值為_____元。(以最簡分數表示)

4. 為慶祝學校全中運榮獲佳績，合作社推出折扣優惠，只要消費滿 100 元就可以從摸彩箱中抽出 1 張彩卷決定折扣數，每張彩卷被抽出的機會相等。今摸彩箱中已經放入 4 張彩卷，分別為 1 張 5 折、1 張 75 折、2 張 9 折。設隨機變數 X 為消費 100 元的顧客在折扣後需要支付的金額(元)，若合作社想再加入 1 張彩卷使得 X 的期望值等於 78 元，則所加入的那張彩卷所代表的折扣數為_____折。

5. 依據過往數據統計，某生罰球命中率為 0.6。今連續罰球 20 球，每次進球與否不互相影響，則罰球進球數的期望值為_____。

6. 夜市遊戲射飛鏢，玩家花 10 元可得到 5 支飛鏢，依照玩家射中水球球數給獎，每支飛鏢最多射中 1 顆水球。已知某人射中水球的機率為 $\frac{3}{4}$ ，則：

- (1) 5 支飛鏢中，射中_____顆水球，機率最大。
- (2) 至少射中 1 顆水球的機率為_____。

7. 有一機器人從數線的原點出發。今同時擲兩枚硬幣，出現兩枚正面，則機器人向右前進 1 單位(+1)，若出現一正一反或兩枚反面，則機器人向左前進 1 單位(-1)。今連續投擲兩枚硬幣 4 次，機器人停留在座標 2 的機率為_____。

8. 設隨機變數 X 是二項分布，即 $X \sim B(n, p)$ ，且期望值 $E(2X) = 16$ 、變異數 $Var(-3X + 2) = 54$ ，則參數 $(n, p) =$ _____。

四、計算題：(共 10 分。作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分)

某藥廠研發出一款頭痛藥，並宣稱在患有頭痛的病人服用此藥後，至少有 8 成病人能獲得緩解。今找來 10 名患有頭痛的病人服用此藥，其中有 6 名病人獲得緩解。設隨機變數 $X \sim B(10, 0.8)$ ，且機率分布表如下。若顯著水準 $\alpha = 0.05$ ，試求：

X	0	1	2	3	4	5
P	0.000000	0.000004	0.000074	0.000786	0.005505	0.026424
X	6	7	8	9	10	
P	0.088080	0.201327	0.301990	0.268435	0.107374	

(四捨五入至小數點後第 6 位)

- (1) 拒絕域。(5 分)
- (2) 接受或拒絕藥廠宣稱。(5 分)

臺北市立松山高級中學 110 學年度第 2 學期期末考高三社一班群數學答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、單選題：(每題 4 分，共 12 分)

1	2	3

二、多選題：(每題 6 分，共 18 分。錯一個選項得 4 分，錯二個得 2 分，錯三個以上或未作答不給分)

1	2	3

三、填充題：(每格 6 分，共 60 分)

1	2 (1)	2 (2)	3	4
5	6 (1)	6 (2)	7	8

四、計算題：(共 10 分。作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分)

--

臺北市立松山高級中學 110 學年度第 2 學期期末考高三社一班群數學答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、單選題：(每題 4 分，共 12 分)

1	2	3
(5)	(2)	(1)

二、多選題：(每題 6 分，共 18 分。錯一個選項得 4 分，錯二個得 2 分，錯三個以上或未作答不給分)

1	2	3
(4)(5)	(1)(4)	(1)(2)(4)(5)

三、填充題：(每格 6 分，共 60 分)

1	2 (1)	2 (2)	3	4
$\frac{32}{81}$	3	$\frac{\sqrt{30}}{5}$	$\frac{10}{3}$	85
5	6 (1)	6 (2)	7	8
12	4	$\frac{1023}{1024}$	$\frac{3}{64}$	$(32, \frac{1}{4})$

四、計算題：(共 10 分。作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分)

(1) $X \leq 5$ (2) 接受
