

台北市立松山高中 111 學年度 第一學期 第一次期中考 高二 數 A (試題卷)

班級:_____ 座號:_____ 姓名:_____

一、是非題(每題 3 分; 共 15 分)

- () 1. 若扇形周長為半徑的 5 倍, 則其圓心角為 3 徑。
- () 2. $\sin \pi^2 - \cos \pi^2$ 之值小於 0。
- () 3. $y = 2\sin(3x + \frac{\pi}{2})$ 的圖形對稱於直線 $x = \frac{\pi}{3}$ 。
- () 4. $y = 4\sin x - 3\cos x$ 的圖形可以由 $y = 2\sqrt{5}\sin x + \sqrt{5}\cos x$ 平移而得。
- () 5. $y = \sin 2x$ 的圖形向右平移 π 可得 $y = \sin(2x - \pi)$ 。

二、多重選擇題

(共 30 分; 每題 6 分, 錯一個選項得 4 分, 錯兩個選項得 2 分, 錯三個選項以上或未作答得 0 分)

1. 設函數 $f(x) = 3\sin 3x + 2$, 關於 $f(x)$ 的描述下列哪些選項是正確的?
- (A) 定義域為任意實數 (B) 值域為 $[-1, 5]$ (C) $f(1+2\pi) = f(1)$
(D) 振幅為 3 (E) $y = f(x)$ 的圖形可以由 $y = \sin x$ 的圖形伸縮而得
2. 設 $0 \leq x \leq 2\pi$, 函數 $f(x) = \sin x - 3\cos x + 5$, 關於 $f(x)$ 的描述下列哪些選項是正確的?
- (A) 振幅為 $\sqrt{10}$ (B) 最大值為 $5 + \sqrt{10}$ (C) 函數圖形與 x 軸有無限多個交點
(D) $f(x)$ 之值最大時, $\sin x = \frac{1}{\sqrt{10}}$ (E) $f(x)$ 之值最大時, $\cos x = \frac{3}{\sqrt{10}}$

3. 下列哪些函數的週期小於 5?

(A) $y = \tan \frac{x}{2}$

(B) $y = \sin 3x$

(C) $y = \cos \frac{\pi}{3}x$

(D) $y = \sin 3x + \cos 3x$

(E) $y = |\cos x|$

4. 設 $P(3, -4)$ 為廣義角 θ 終邊上一點，試選出正確的選項。

(A) $\cos \theta = \frac{3}{5}$

(B) $\tan(-\theta) = -\frac{4}{3}$

(C) $\sin(10\pi - \theta) = -\frac{4}{5}$

(D) $\sin 2\theta < 0$

(E) $\cos \frac{\theta}{2} > 0$

5. 下列哪些方程式有實數解?

(A) $\tan x = x$

(B) $\cos x + \cos 2x = 3$

(C) $3\sin(2x - \pi) - 4 = 0$

(D) $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 3$

(E) $4\sin x + 3\cos x = -5$

三、填充題 (共 45 分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8
得分	7	14	21	27	33	37	41	45

1. 設 $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{5}{4}\pi$ ，試求滿足 $\sin 2\theta = \sqrt{3}\cos \theta$ 之實數 θ ：_____ (三解)。

2. 求 $\sin^4 67.5^\circ - \cos^4 67.5^\circ =$ _____。

3. 試求 $2x + y = 0$ 以原點 $(0, 0)$ 為中心，順時針旋轉 45° 之後的直線斜率_____。

4. 設 $f(x) = -5\sqrt{3}\sin 2x + 5\cos 2x$

(1) 若 $f(x) = r\sin(2x + \theta)$ ，其中 $r > 0$ ， $0 \leq \theta < 2\pi$ ，則數對 $(r, \theta) =$ _____。

(2) 設 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ，試求 $f(x) \leq -5$ 時 x 之範圍為：_____。

5. 如圖，有一個半徑為 3 公分的圓形代幣，與地面垂直接觸於 A 點，現沿著地面一直線向左滾動了 16π 公分，請問此時 A 點離地面為_____公分？



6. 設坐標平面上有二點 $A(3\cos 70^\circ, 3\sin 70^\circ)$ ， $B(4\cos 10^\circ, 4\sin 10^\circ)$ ，試求 \overline{AB} 長：_____。

7. 一時鐘的分針長度為 10 公分，試求在 7 點至 8 點之間分針與時針剛好垂直時，分針從 7 點起所掃過的扇形面積：_____平方公分（二解）。

四、混合題 (共 10 分。多選題錯一個選項得 4 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項以上或未作答得 0 分；非選擇題需詳列計算過程，否則將酌予扣分)

阿兩測量某魚港 24 小時之時間 x (單位：時) 與水深 y (單位：公尺) 的關係。

下表是該港口某日從 0 時到 24 時 x 與 y 的記錄表：

時間 x (時)	0	3	6	9	12	15	18	21	24
水深 y (公尺)	15	17	15	13	15	17	15	13	15

經由長時間觀察，此魚港的水深與測量時間符合正弦函數 $y = a \cdot \sin(bx) + k$ ，其中 $a > 0$ 、 $b > 0$ 。依此正弦函數模型，試回答下列問題：

- 下列關於 $y = a \cdot \sin(bx) + k$ 的敘述，試選出正確的選項。(多選題，6 分)
(A) 水深大約每 6 小時循環一次 (B) $a = 2$ (C) $b = \frac{\pi}{3}$ (D) $k = 13$
(E) 當日的 8 時與 22 時的水深相同
- 該漁港內有一個人造 U 型步道，漁港公告若水深高於 16 公尺時，步道會被淹沒而禁止行走。試問從當日凌晨 0 時開始的 24 小時內，共有多少小時無法走在步道上？(非選擇題，4 分)

台北市立松山高中 111 學年度 第一學期 第一次期中考 高二 數 A(答案卷)

班級: _____ 座號: _____ 姓名: _____

一、是非題 (每題 3 分; 共 15 分)

1.	2.	3.	4.	5.
○	×	○	○	×

二、多重選擇題

(每題 6 分, 佔 30 分; 錯一個選項得 4 分, 錯兩個選項得 2 分, 錯三個選項以上或未作答得 0 分)

1.	2.	3.	4.	5.
A B C D	A B D	B D E	A D	A E

三、填充題 (共 45 分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8
得分	7	14	21	27	33	37	41	45

1.	2.	3.	4.(1)
$\frac{\pi}{2}$ 或 $\frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{2}{3}\pi$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	3	$(10, \frac{5}{6}\pi)$
4.(2)	5.	6.	7.
$\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$	$\frac{9}{2}$	$\sqrt{13}$	$\frac{400}{11}\pi$ 或 $\frac{1000}{11}\pi$

四、混合題 (共 10 分)

1. (B)(E)

(6 分; 錯一個選項得 4 分, 錯兩個選項得 2 分, 錯三個選項以上或未作答得 0 分)

2. 8 小時 (4 分)

台北市立松山高中 111 學年度 第一學期 第一次期中考 高二 數 A(答案卷)

班級:_____ 座號:_____ 姓名:_____

一、是非題 (每題 3 分; 共 15 分)

1.	2.	3.	4.	5.

二、多重選擇題

(每題 6 分, 佔 30 分; 錯一個選項得 4 分, 錯兩個選項得 2 分, 錯三個選項以上或未作答得 0 分)

1.	2.	3.	4.	5.

三、填充題 (共 45 分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8
得分	7	14	21	27	33	37	41	45

1.	2.	3.	4.(1)
4.(2)	5.	6.	7.

四、混合題 (共 10 分)

1.

答:

2.

答: